

DOI: 10.46793/CIGRE37.D1.04

D1.04**ГЕНЕРАЦИЈА ФРЕКВЕНЦИЈСКОГ ЧЕШЉА ПРИМЕНОМ ТЕРАХЕРЦНИХ
КВАНТНИХ КАСКАДНИХ ЛАСЕРА****FREQUENCY COMB GENERATION USING TERAHERTZ QUANTUM CASCADE
LASERS****Milan Ignjatović, Nikola Vuković, Nikola Basta, Aleksandar Milićević, Aleksandar
Atić, Aleksandar Demić***

Кратак садржај: Фреквенцијски чешаљ представља спектар електромагнетског зрачења сачињен од дискретних и правилно распоређених спектралних линија. У временском домену овај спектар може одговарати правилној поворци ултракратких импулса. Код оптичког фреквенцијског чешља фреквенцијски размак између различитих модова лежи у делу спектра који припада радио таласима. На тај начин се успоставља директна веза између радио таласа и оптичког дела спектра. Атомски сатови раде у микроталасној области спектра, а фреквенцијски чешаљ омогућава пренос тачности таквих сатова у оптички део електромагнетског спектра. Први фреквенцијски чешљеви су реализовани помоћу ласера који раде у режиму закључавања модова. Недавно је пасивно закључавање модова остварено код терахерцних квантних каскадних ласера коришћењем графенског сатурабилног апсорбера. Квантни каскадни ласери представљају полупроводничке ласере који се састоје од вишеслојне периодичне структуре која формира низ квантних јама. Ласерско зрачење се остварује преко унутарзонских прелаза, а инверзна популација се добија применом спољашњег електричног поља. За симулацију динамике квантних каскадних ласера потребно је решавати Максвелове једначине за електромагнетско поље у спрези са Блоховим једначинама које описују насељеност ласерских нивоа преко формализма матрице густине. Једначине су успешно нумерички решене у потпуном облику без коришћења апроксимације споропроменљивог поља, што захтева велики број просторних и временских корака приликом прорачуна. Ултрабрзи и интензивни терахерцни светлосни импулси представљају кључну технологију за развој науке о материјалима која омогућава генерацију фреквенцијског чешља за високо прецизну метрологију и спектроскопију.

Кључне речи: фреквенцијски чешаљ, квантни каскадни ласер, Максвел-Блохове једначине

* Milan Ignjatović, University of Belgrade - School of Electrical Engineering, ignjatovic@etf.rs

Nikola Vuković, University of Belgrade - School of Electrical Engineering, nvukovic@etf.rs

Nikola Basta, University of Belgrade - School of Electrical Engineering, nbasta@etf.rs

Aleksandar Milićević, University of Belgrade - Vinča Institute of Nuclear Sciences, amilicevic@vinca.rs

Aleksandar Atić, University of Belgrade - Vinča Institute of Nuclear Sciences, atic@vin.bg.ac.rs

Aleksandar Demić, University of Leeds - School of Electronic and Electrical Engineering, a.demic@leeds.ac.uk

Abstract: A frequency comb is a spectrum of electromagnetic radiation composed of discrete and regularly spaced spectral lines. In the time domain, this spectrum can correspond to a regular train of ultrashort pulses. In an optical frequency comb, the frequency spacing between the different modes lies in the part of the spectrum belonging to radio waves. In this way, a direct connection is established between radio waves and the optical part of the spectrum. Atomic clocks operate in the microwave region of the spectrum, and a frequency comb enables the transfer of the accuracy of such clocks to the optical part of the electromagnetic spectrum. The first frequency combs were implemented using mode-locked lasers. Recently, passive mode locking has been achieved in terahertz quantum cascade lasers using a graphene saturable absorber. Quantum cascade lasers are semiconductor lasers consisting of a multilayer periodic structure that forms an array of quantum wells. Laser emission is achieved via intraband transitions, and population inversion is obtained by applying an external electric field. To simulate the dynamics of quantum cascade lasers, it is necessary to solve Maxwell's equations for the electromagnetic field in conjunction with the Bloch equations that describe the population of laser levels via the density matrix formalism. The equations have been successfully solved numerically in full form without using the slow-varying field approximation, which increases the number of spatial and time steps in the calculation. Ultrafast and intense terahertz light pulses represent a key technology for the development of materials science, enabling the generation of a frequency comb for high-precision metrology and spectroscopy.

Key words: *frequency comb, quantum cascade laser, Maxwell-Bloch equations*

1 УВОД

За читав низ примена постоји потреба да се тачно одреди фреквенција електромагнетских таласа [1]. Савремени осцилографи високих перформанси могу мерити сигнале са фреквенцијама од више десетина GHz, што их чини погодним за примене у делу спектра који припада радио и микроталасима, као што су телекомуникације, радарски системи и високофреквентна кола. Међутим, у терахерцном опсегу којем припадају фреквенције од 100 GHz до 10 THz осцилографи немају довољну стопу узорковања да би могли да детектују тако брзе осцилације. Такође, материјали од којих се традиционално производе антене имају велике губитке у спеткру који припада терахерцном зрачењу. Терахерцни таласи имају веома кратке таласне дужине, што захтева фабрикацију антена веома малих димензија реда величине неколико десетина до стотина микрометара.

Проблеми у вези са генерисањем и детекцијом терахерцних таласа се означавају термином „терахерцни јаз“. На нижим фреквенцијама микроталаси се генеришу помоћу електронских уређаја, а на вишим фреквенцијама постоје инфрацрвени ласери. Доста научно-истраживачког труда је посвећено решавању ових проблема, с обзиром на перспективу могућих примена. У телекомуникацијама следећа генерација технологије за бежичну комуникацију (6G) подразумева рад у терахерцном делу спектра. Међутим, ту постоји проблем апсорпције терахерцног зрачења у атмосфери што представља изазов за пројектовање телекомуникационих система за комуникацију на већим раздаљинама.

Терахерцно зрачење има значајну улогу у науци о материјалима и спектроскопији, с обзиром да су многи материјали транспарентни на тим фреквенцијама. Предност је у томе што терахерцни таласи, који су нејонизујући, не изазивају оштећења у материјалима, укључујући биолошка ткива. У кристалној решетки могуће је истраживање вибрационих и ротационих прелаза, као и откривање дислокација.

Омогућава испитавање структуре полимера који се користе за израду оптичких елемената, сочива и таласовода за терахерцно зрачење. Користи се и за мерење густине и дебљине танких слојева различитих диелектричних материјала.

Код испитивања изолатора, терахерцно зрачење се може користити за детекцију пукотина и влажности [2]. Повећањем напона мреже настаје потреба за новим врстама изолационих материјала бољих перформанси. Кључно је контролисати њихов квалитет и појаву пукотина услед којих настају парцијална пражњења или пробој. Поред тога што може да детектује структуралне дефекте, може и да одреди степен старења материјала, без оштећења узорка. Методи којима се детектују пукотине подразумевају промене трансмисије и рефлексије таласа. Методи за детекцију влажности користе ефекат јаке апсорпције терахерцног зрачења на молекулима воде.

Мерење фреквенције електромагнетских таласа у терахерцном опсегу и на већим фреквенцијама може се вршити помоћу ефекта избијања. Када се два електромагнетска таласа различитих фреквенција усмере ка фотодетектору, биће измерене осцилације укупног интензитета чија је фреквенција једнака разлици фреквенција та два таласа. На тај начин се могу измерити високе фреквенције, тако што се одреди ефекат избијања између мереног таласа и таласа познате фреквенције. Фреквенција избијања мора бити у микроталасном опсегу да би се могла измерити стандардним фреквенцијским бројачима. Тиме се могућност мерења високих фреквенција ограничава на релативно малу околину око познате фреквенције електромагнетског таласа.

Да бисмо на овај начин могли да меримо фреквенције у ширем опсегу, потребно је имати сигнал који садржи већи број тачно дефинисаних фреквенција на размацама који нису већи од микроталасног опсега. Управо то је смисао фреквенцијског чешља чији временски облик сигнала може одговарати правилној поворци ултракратких импулса. Недавно је показано да се у терахерцном опсегу, фреквенцијски чешљеви могу реализовати помоћу квантног каскадног ласера.

2 КВАНТНИ КАСКАДНИ ЛАСЕР

Ласер је уређај који емитује кохерентну светлост одређене фреквенције [3]. То се постиже тако што у активном материјалу долази до оптичког прелаза при чему се емитује светлост. На пример, у гасном ласеру имамо слободне атоме и молекуле у којима електрони имају тачно дефинисана енергетска стања. Када атом интерагује са електромагнетским зрачењем може доћи до две врсте оптичког прелаза. Када се енергија светлости искористи за прелаз електрона на више стање говоримо о апсорпцији светлости. Са друге стране, када под дејством електромагнетског зрачења електрон пређе са вишег на ниже енергијско стање, емитује се фотон чија је енергија једнака разлици енергије два стања и тада говоримо о стимулисаној емисији. До емисије фотона може доћи и када нема почетног дејства електромагнетског зрачења услед стохастичких процеса и тада говоримо о спонтаној емисији.

Ласер управо користи поменути ефекат стимулисане емисије, тако што се емитована светлост одбија од огледала у оптичком резонатору, више пута пролази кроз материјал и тиме изазива нове емисије светлости чија ће фреквенција одговарати разлици вишег и нижег енергетског стања. Једно од огледала мора бити делимично транспарентно како би генерисана светлост могла да напусти оптички резонатор. Пошто су фотони емитовани услед стимулисане емисије у фази са фотонима који изазивају реакцију, емитована светлост ласера ће бити кохерентна. Да би ласер почео да емитује светлост, мора у

материјалу постојати довољно електрона који се налазе на побуђеним стањима. То се зове инверзна популација и она се постиже одговарајућим механизмом пумпања (електричним или оптичким пољем). Када је постигнуто стање инверзије популације први фотони ће бити емитовани услед спонтане емисије, а затим долази до појачања светлости описаним ефектом стимулисане емисије.

Код полупроводничких ласера не постоје слободни атоми и молекули, већ структура кристалне решетке. Енергетска стања нису дискретна, већ постоје дозвољене и забрањене енергетске зоне. Посебно се издвајају валентна и проводна зона између којих постоји енергетски процеп. На температури апсолутне нуле валентна зона је у потпуности попуњена, а проводна зона празна. На вишим температурама долази до преласка електрона у проводну зону, а упражњено место у валентној зони се представља виртуелном честицом која се зове шупљина. Електрони и шупљине представљају носиоце наелектрисања у полупроводнику и њихова концентрација се може повећати допирањем примесама. Полупроводници код којих су већински носиоци електрони су полупроводници *n*-типа, а код којих су већински носиоци шупљине *p*-типа. Полупроводнички ласер се најчешће реализује као диодни ласер помоћу два полупроводничка материјала *p* и *n* типа између којих се налази слој недопираног полупроводника.

Код диодних ласера светлост се емитује услед рекомбинације електрона у проводној зони са шупљином у валентној зони. Таласна дужина електромагнетског зрачења λ ће зависити од величине енергетског процепа E_g , преко израза

$$E_g = \frac{hc}{\lambda}, \quad (1)$$

где је h Планкова константа, а c брзина светлости. Из једначине (1) може се закључити да је тешко направити ласер велике таласне дужине у области средњег и далеког инфрацрвеног спектра, јер не постоје полупроводници довољно малог енергетског процепа. Међутим, велике таласне дужине се могу остварити помоћу квантног каскадног ласера код којег долази до унутарзонских прелазу у проводној зони [4]. Они се производе од различитих полупроводничких материјала *n* типа који се постављају наизменично у низ. На тај начин се формира периодична структура вишеструких квантних јама, која слично као и кристална решетка формира подзоне унутар проводне зоне. Када се на низ квантних јама примени одговарајући напон, електрони услед електричног поља почињу да прелазе из једне квантне јаме у другу механизмом квантно-механичког тунеловања при чему емитују фотоне.

Димензије квантног каскадног ласера су неколико милиметара дужине и неколико микрометара по дебљини и ширини. Слојеви материјала су дебљине неколико стотина нанометара, што подразумева сложене поступке фабрикације који укључују епитаксију молекуларним снопом, депозицију, литографију и ецовање. Најчешће се користи GaAs за израду квантних јама, а AlAs за израду баријере. Баријере се израђују допирањем GaAs са Al чиме се формира $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ где x означава молски удео. Константа решетке GaAs је иста као и код $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ за било коју вредност x . Енергетски процеп ће бити директан до вредности $x = 0.45$, што је битно за рад ласера.

Савремени квантни каскадни ласери који емитују континуално електромагнетско зрачење у средњем инфрацрвеном делу спектра могу да раде на собној температури. Са друге стране, терахерцни квантни каскадни ласери могу да раде у пулсном режиму на

врло ниским температурама до 261 K, док је континуални режим могућ на још нижим температурама до 129 K [5]. Циљ тренутних истраживања је да се омогући рад квантних каскадних ласера на собној температури.

3 ЗАКЉУЧАВАЊЕ МОДОВА

Кратки импулси ласерског зрачења се могу добити техником закључавања модова [6]. У резонатору ласера електромагнетски талас се одбија између огледала, при чему долази до интерференције и формирања стојећих таласа. Ови стојећи таласи се називају лонгитудинални модови и имаће дефинисане учестаности ω_m за које ће важити

$$\omega_m T_R = m2\pi, T_R = \frac{2L}{v} \quad (2)$$

где је T_R време за које талас пређе радаљину између огледала L два пута. Фреквенције лонгитудиналних модова су једине које могу да осцилују у резонатору, јер ће све друге ишчезнути услед деструктивне интерференције и биће једнаке

$$f_m = m \frac{c}{2Ln}, \Delta f = f_m - f_{m-1} = \frac{c}{2Ln}. \quad (3)$$

Размак фреквенција између модова Δf биће у микроталасном опсегу. Који од ових модова ће постојати зависи од спектралне карактеристике ласера и у општем случају сваки мод ће осциловати независно од других. Међутим, да би се формирао импулс потребно је да лонгитудинални модови осцилују са фиксном фазом између модова и то се постиже техником закључавања модова.

Постоје две широке групе техника закључавања модова – активне и пасивне. Активно закључавање модова подразумева коришћење екстерних модулатора, као што су електро-оптички модулатори амплитуде или модулатори фреквенције на основу акусто-оптичког ефекта. Са друге стране, код пасивног закључавања модова не постоје спољашњи уређаји, већ ласерско зрачење утиче на елемент који се налази у резонатору. Овај елемент изазива губитке који зависе од интензитета светлости. Већи губици ће бити када је интензитет мањи, па ће појачање за континуално зрачење ниског интензитета бити мало, што доводи до формирања импулса са изразитим пиком интензитета.

Недавно је пасивно закључавање модова код квантног каскадног ласера реализовано помоћу графенског сатурабилног апсорбера у терахерцном опсегу фреквенција [7]. Губици до којих долази услед присуства сатурабилног апсорбера се моделују једначином:

$$\frac{\partial a_s}{\partial t} = -\frac{I}{\tau_a I_a} a_s - \frac{a_s - a_1}{\tau_a}, \quad (4)$$

где a_s описује стопу смањења амплитуде електричног поља, I је интензитет таласа, а τ_a , I_a и a_1 су параметри графена.

4 РЕЗУЛТАТИ СИМУЛАЦИЈЕ

4.1 Максвел-Блохове једначине

Први корак нашег истраживања је развој софтвера за симулацију електромагнетског поља унутар активног материјала квантног каскадног ласера користећи фундаменталне

и детаљне физичке моделе. Полази се од Максвелових једначина за диелектрик у којем нема акумулираног слободног наелектрисања

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (5).$$

Особине материјала квантног каскадног ласера се у Максвеловим једначинама моделују преко вектора поларизације $\vec{P}$. Вектор електричног помераја $\vec{D}$ неће линеарно зависити од електричног поља јер се посматра нелинеарни ефекат поларизације код ласера, па ће бити

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (6)$$

У случају изотропне средине, слабе нелинеарности и нехомогености можемо усвојити апроксимацију да је $\operatorname{div} \vec{P} = 0$, па ће Гаусов закон постати $\operatorname{div} \vec{E} = 0$.

Из перспективе електронске структуре полупроводничке хетероструктуре који се састоји од енергетских зона самих материјала као и дискретних нивоа у потенцијалним јамама, вектор поларизације може се разложити на линеарни део и нелинеарни део тако да је

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi(\omega) \vec{E} + \vec{P}_{tr}, \quad (7)$$

где је χ електрична сусцептибилност диелектрика која начелно зависи од фреквенције светлости. Вектор поларизације $\vec{P}_{tr}$ услед прелаза између дискретних стања представља густину електричних дипола $\vec{\mu}$

$$\vec{P}_{tr} = N \langle \vec{\mu} \rangle. \quad (8)$$

где је N концентрација молекула. Ако имамо квантно механички систем од више нивоа, очекивана вредност дипола $\langle \vec{\mu} \rangle$ се може одредити формализмом матрице густине [8]

$$\langle \vec{\mu} \rangle = \operatorname{tr}(\vec{\mu} \rho), \quad \mu_{ij} = \langle \Psi_i | q \vec{r} | \Psi_j \rangle, \quad (9)$$

где је $\vec{\mu}$ диполна матрица, а Ψ_i таласна функција i -тог нивоа. Формализам матрице густине ρ је користан алат у квантној механици за описивање стања квантних система. Дијагонални чланови матрице називају се популације и представљају вероватноћу да се електрон нађе на том стању. Вандијагонални чланови се називају кохеренције и имају кључну улогу у опису оптичких прелаза, јер директно утичу на процесе који укључују апсорпцију или емисију светлости.

Овде ћемо представити резултате симулације која узима у обзир два ласерска нивоа, што је довољно за добијање доброг слагања са експерименталним резултатима. Поред тога, због своје једноставности омогућава лакше разумевање физичких процеса који доводе до формирања импулса. Коришћење само два нивоа представља врло добру апроксимацију, јер се може извршити редукција оргигиналног квантног система са више стања на еквивалентни систем са два нивоа [9]. Тада израз за вектор поларизације P_{tr} постаје;

$$P_{tr} = N \operatorname{tr}(\mu \rho) = N \mu_{12} (\rho_{21} + \rho_{21}^*). \quad (10)$$

Чланови матрице дипола μ_{ij} се рачунају користећи самосагласни Шредингер-Пуасонов алгоритам. За чланове матрице густине могу се извести једначине за временску еволуцију преко Liouville-ове једначине:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] - \frac{\rho}{\tau}, \quad (11)$$

где је H Хамилитонијан, а τ су времена релаксације која описују дисипацију услед интеракције честица са околином и омогућавају да када нема електромагнетског поља кохеренције падну на вредност нула, а популације на равнотежне вредности. У случају система са два стања добијамо:

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = -\frac{i\mu_{21}E}{\hbar}(\rho_{21} - \rho_{21}^*) \quad (12)$$

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -i\rho_{21}\omega_0 + \frac{i\mu_{21}E}{\hbar}(\rho_{11} - \rho_{22}) \quad (13)$$

$$\rho_{11} = 1 - \rho_{22} \quad (14)$$

Из Максвелових једначина (5) за кретање електромагнетског таласа у једном правцу добија се:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}, \quad \frac{\partial H}{\partial x} = \sigma E + \varepsilon_0 n^2 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P_{tr}}{\partial t} \quad (15)$$

У претходној једначини σ је проводљивост која описује губитке у активном материјалу, али је потребно узети у обзир и губитке услед сатурабилног апсорбера. Веза између проводљивости σ и величине a_s из једначине (4) се добија преко израза:

$$\frac{1}{2}(a_0 + a_s) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 c n}. \quad (16)$$

Вредност параметра a_0 је таква да када нема сатурабилног апсорбера и $a_s = 0$, вредност проводљивости буде једнака губицима у активном материјалу.

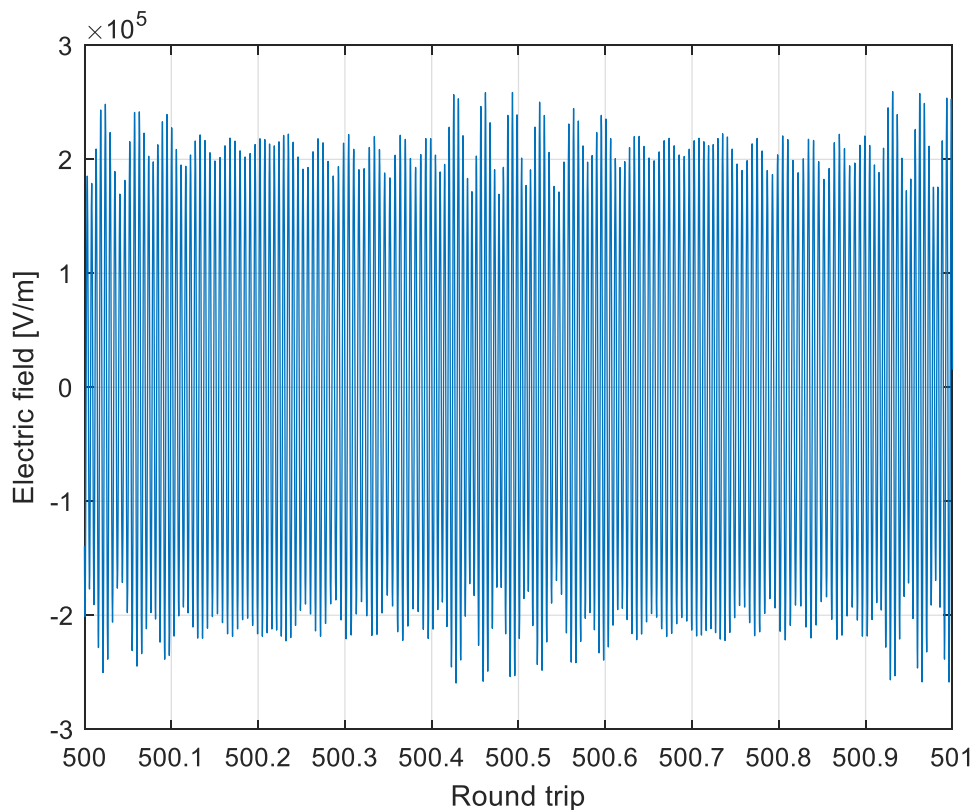
У једначини (15) n представља вредност индекса преламања у GaAs за коју је усвојено да износи $n = 3.6$. Начелно, вредност индекса преламање ће зависити од фреквенције што доводи до ефекта дисперзије групе брзине. Овај ефекат доводи до ширења и слабљења импулса, па га је потребно узети у обзир при тачној симулацији фреквенцијског чешља.

4.2 Решења за електрично поље на десном огледалу

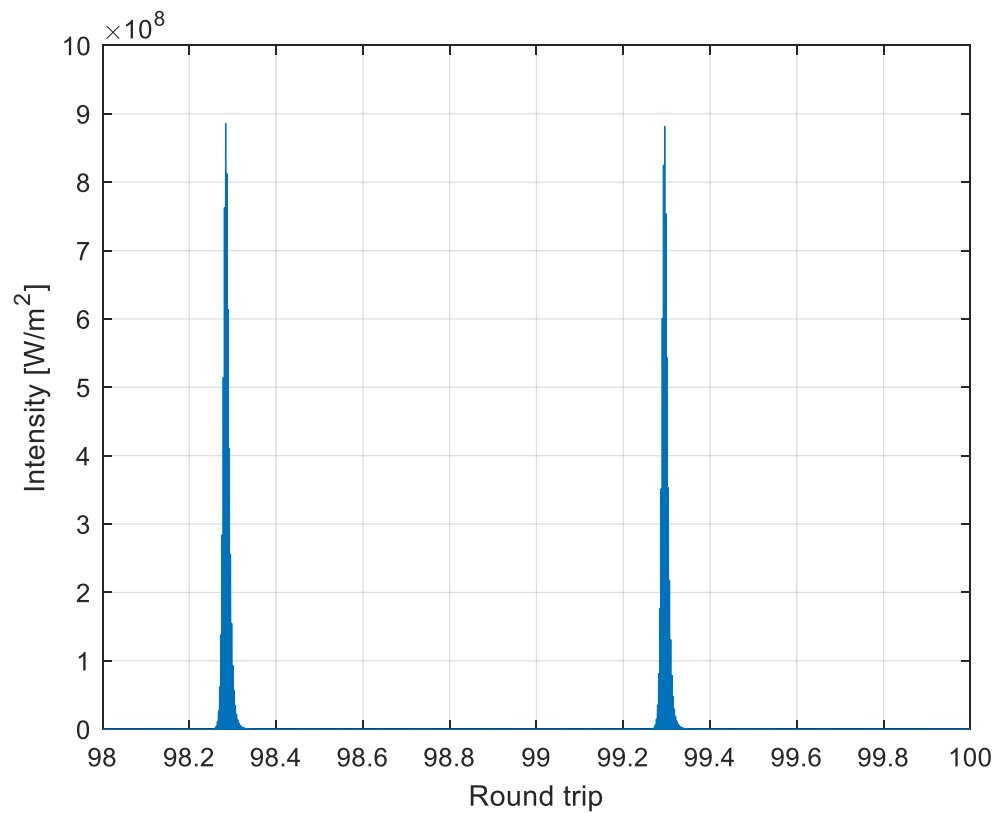
На следећим сликама су представљени резултати симулације за квантни каскадни ласер чији је размак између електрода 2.37 mm. На слици 1 је приказана временска зависност електричног поља на десном огледалу без сатурабилног апсорбера. У континуалном режиму електрично поље брзо осцилује и доминантна фреквенција је око 3 THz.

Временска еволуција електричног поља је приказана у трајању једног *roundtrip*-а, што представља време за које светлост пређе резонаторску шупљину два пута.

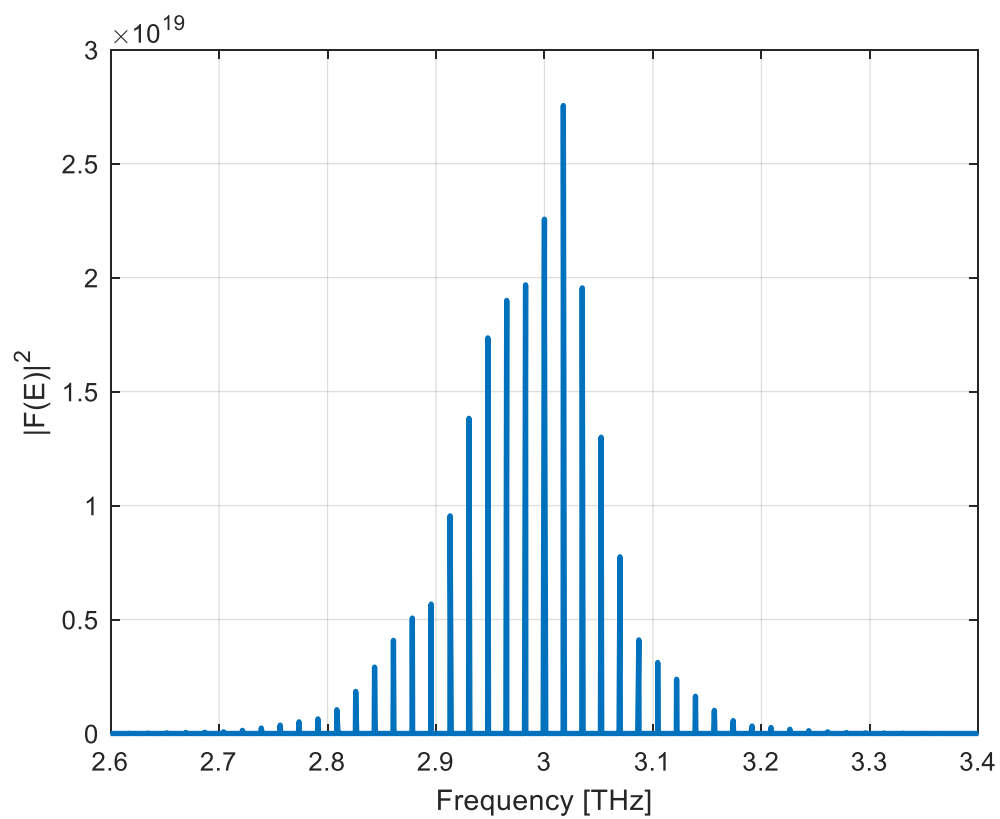
Затим је узет у обзир ефекат сатурабилног апсорбера и резултати симулације су приказани на слици 2 на којој се могу видети импулси са изразитим пиковима интензитета који се дешавају на временским размацима од једног *roundtrip*-а. Оваква временска зависност интензитета на десном огледалу је последица кретања импулса унутар резонатора, при чему се наизменично одбија између левог и десног огледала. Фреквенцијски спектар добијен Фуријеовом трансформацијом временског облика сигнала је приказан на слици 3. Добија се жељени спектар фреквенцијског чешља у опсегу око централне фреквенције од 3 THz.



Слика 1: Електрично поље на десном огледалу када нема сатурабилног апсорбера



Слика 2: Интензитет електромагнетског зрачења на десном огледалу са утицајем сатурабилног апсорбера



Слика 3: Фреквенцијски спектар сигнала приказаном на слици 2.

5 ЗАКЉУЧАК

Објашњен је појам терахерцног јаза и улога квантног каскадног ласера за генерацију и детекцију терахерцног зрачења. Описан је принцип рада квантног каскадног ласера и примене терахерцног зрачења у науци о материјалима, спектроскопији и испитивању изолационих материјала. Активни регион терахерцног квантног каскадног ласера је моделован са системом од два квантна стања. Коришћене су комплетне Максвел-Блохове једначине без апроскимације споропроменљиве амплитуде. Ефекат графенског сатурабилног апсорбера је имплементран тако да се утиче на вредност проводљивости која постаје зависна од интензитета електромагнетског таласа. Успешно је добијена поворка импулса што је предуслов за формирање фреквенцијског чешља. Развијени код отвара могућност испитивања различитих дизајна ласера. Даљи развој модела подразумева укључивање већег броја ласерских нивоа, као и укључивање ефеката дисперзије групе брзине.

ЗАХВАЛНИЦА

Резултати овог рада су добијени током истраживања на пројекту „Генерисање ултра кратких импулса помоћу терахерцног квантног каскадног ласера који ради у режиму пасивног закључавања модова са графенским сатурабилним апсорбером“, 10504, финансираном од стране Фонда за науку Републике Србије при Програму за извршне пројекте младих истражвача – ПРОМИС.

6 LITERATURA

- [1] T. W. Hansch, “Passion for Precision (Nobel Lecture)“, ChemPhysChem, 2006, Vol 7, pp. 1170–1187
- [2] C. Guo et al. “A Review: Application of Terahertz Nondestructive Testing Technology in Electrical Insulation Materials“, IEEE Access, 2022, Vol. 10, pp. 121548-121560
- [3] L. Lugiato, F. Prati, M. Brambilla, “Nonlinear Optical Systems”, Cambridge University Press, 2015
- [4] D. Botez, M. A. Belkin, “Quantum Cascade Lasers”, Cambridge University Press, 2023
- [5] N. Stanojević, A. Demić, N. Vuković, P. Dean, Z. Ikonić, D. Indjin, J. Radovanović, “Effects of background doping, interdiffusion and layer thickness fluctuation on the transport characteristics of THz quantum cascade lasers”, Scientific Reports, 2024, Vol. 14, 5641.
- [6] F. Kartner, J. A. D. Au, U. Keller, “Mode-Locking with Slow and Fast Saturable Absorbers—What’s the Difference?”, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 1998, Vol. 4, No.2, pp. 159-168
- [7] E. Riccardi et al. “Short pulse generation from a graphene-coupled passively mode-locked terahertz laser”, Nature Photonics, 2023, Vol. 17, pp. 607-614
- [8] C. Jirauschek, M. Riesch, P. Tzenov, “Optoelectronic Device Simulations based on Macroscopic Maxwell-Bloch Equations”, Adv. Theory Simul. 2020, Vol. 2, 1900018
- [9] L. Seitner et al. “Theoretical model of passive mode-locking in terahertz quantum cascade lasers with distributed saturable absorbers”, Nanophotonics, 2024, Vol. 13, No. 10, pp. 1823-1834